

Περιεχόμενα

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Εισαγωγή στο Διανυσματικό Λογισμό | 11 |
| 1.1 | Σύνοψη Ιδιοτήτων των Διανυσμάτων | 11 |
| 1.2 | Εσωτερικό Γινόμενο Διανυσμάτων | 14 |
| 1.2.1 | Ιδιότητες του Εσωτερικού Γινομένου | 15 |
| 1.2.2 | Η Εξίσωση της Ευθείας | 17 |
| 1.2.3 | Η Εξίσωση του Επιπέδου | 17 |
| 1.3 | Διανυσματικό ή Εξωτερικό Γινόμενο | 19 |
| 1.4 | Ασκήσεις | 23 |
| 1.5 | Πολλαπλά Γινόμενα, Διανυσματικές Ταυτότητες | 29 |
| 1.5.1 | Το Μικτό Γινόμενο | 30 |
| 1.5.2 | Το Διπλό Εξωτερικό Γινόμενο. | 31 |
| 1.5.3 | Διανυσματικές Ταυτότητες | 33 |
| 1.6 | Τα Σύμβολα δ_{ij} και ϵ_{ijk} | 35 |
| 1.7 | *Περιστροφή των Αξόνων. | 41 |
| 1.7.1 | Δύο Διαστάσεις. | 41 |
| 1.7.2 | Στροφές σε Τρεις Διαστάσεις. | 44 |
| 1.7.3 | *Εφαρμογές του Συμβόλου ϵ_{ijk} στην Άλγεβρα πινάκων. | 48 |
| 1.8 | * Διανυσματικός Λογισμός με Ηλεκτρονικό Υπολογιστή. | 52 |
| 1.8.1 | Εσωτερικό και Εξωτερικό Γινόμενο Διανυσμάτων, Στροφές. | 53 |
| 1.8.2 | Πράξεις με τα Σύμβολα δ_{ij} , ϵ_{ijk} | 54 |
| 1.9 | Ασκήσεις | 56 |
| 2 | Διανυσματικές Συναρτήσεις | 65 |
| 2.1 | Παράγωγος Διανυσματικής Συναρτήσης | 65 |
| 2.1.1 | Παραδείγματα Διανυσματικών Συναρτήσεων από τη Φυσική | 66 |
| 2.2 | Καμπύλες Χώρου. | 70 |
| 2.3 | *Καμπυλότητα και Στρέψη | 85 |
| 2.4 | *Κέντρο Καμπυλότητας | 90 |
| 2.4.1 | * Η τροχιά του κέντρου καμπυλότητας επίπεδης καμπύλης | 93 |
| 2.4.2 | Επίπεδη Κίνηση | 95 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 2.5 | *Διανυσματικές Συναρτήσεις Πολλών Μεταβλητών | 102 |
| 2.5.1 | Παραδείγματα. | 103 |
| 2.6 | *Γράφημα καμπυλών με Ηλεκτρονικό Υπολογιστή. | 106 |
| 2.7 | Ασκήσεις | 109 |
| 3 | Επιφάνειες, Κατευθυντική Παράγωγος, Κλίση | 119 |
| 3.1 | Επιφάνειες | 119 |
| 3.1.1 | Εφαπτόμενα Διανύσματα σε Επιφάνεια | 122 |
| 3.1.2 | Ισοδυναμικές Επιφάνειες, Ομοεπίπεδες Καμπύλες | 124 |
| 3.2 | Κατευθυντική Παράγωγος | 126 |
| 3.3 | Ακρότατα | 135 |
| 3.4 | Εφαρμογές | 138 |
| 3.5 | *Γραφήματα με τον Ηλεκτρονικό Υπολογιστή. | 142 |
| 3.6 | Εισαγωγή στα Καμπυλόγραμμα Συστήματα Συντεταγμένων | 145 |
| 3.6.1 | Κυλινδρικές Συντεταγμένες | 145 |
| 3.6.2 | Σφαιρικές Συντεταγμένες | 151 |
| 3.7 | Πράξεις στον Η/Υ με τον τελεστή <i>Grad</i> | 156 |
| 3.8 | Ασκήσεις | 158 |
| 4 | Απόκλιση και Στροβιλισμός. | 163 |
| 4.1 | Γραμμές Ροής. | 163 |
| 4.2 | Απόκλιση και Στροβιλισμός. | 169 |
| 4.2.1 | Απόκλιση (<i>div</i>). | 170 |
| 4.2.2 | Στροβιλισμός (<i>curl</i> ή <i>rot</i>). | 175 |
| 4.2.3 | Φυσική Ερμηνεία. | 176 |
| 4.2.4 | Η Λαπλασιανή (<i>Laplacian</i>). | 184 |
| 4.3 | Πράξεις με τον Η/Υ | 191 |
| 4.4 | Ασκήσεις | 194 |
| 5 | Επικαμπύλια Ολοκληρώματα | 199 |
| 5.1 | Το Επικαμπύλιο Ολοκλήρωμα | 199 |
| 5.2 | Απλά Συνεκτικοί Τόποι | 206 |
| 5.3 | Διατηρητικά Πεδία. | 209 |
| 5.3.1 | Η Συνάρτηση Δυναμικού | 211 |
| 5.3.2 | Στροβιλισμός Διατηρητικού Πεδίου. | 218 |
| 5.4 | Διανυσματικό Δυναμικό | 222 |
| 5.5 | Ασκήσεις. | 232 |
| 6 | Πολλαπλά Ολοκληρώματα | 237 |
| 6.1 | Το Διπλό Ολοκλήρωμα | 237 |
| 6.2 | Επιφανειακά Ολοκληρώματα | 244 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 6.2.1 | Το Στοιχειώδες Εμβαδό. | 245 |
| 6.2.2 | Το Επιφανειακό Ολοκλήρωμα σε Πεπερασμένες Επιφάνειες. | 251 |
| 6.3 | Το Τριπλό Ολοκλήρωμα. | 258 |
| 6.4 | Αλλαγή Μεταβλητών Ολοκλήρωσης. | 260 |
| 6.4.1 | Αλλαγή Μεταβλητών στο Διπλό Ολοκλήρωμα. | 260 |
| 6.4.2 | Το ολοκλήρωμα Gauss | 262 |
| 6.4.3 | Αλλαγή Μεταβλητών στο Τριπλό Ολοκλήρωμα. | 263 |
| 6.5 | Μια νέα κατηγορία συναρτήσεων | 264 |
| 6.6 | Πολλαπλά Ολοκληρώματα με τον Ηλεκτρονικό Υπολογιστή. | 271 |
| 6.7 | Προσανατολισμένες Επιφάνειες | 272 |
| 6.8 | Ασκήσεις | 277 |
| 7 | Θεωρήματα της Διανυσματικής Ανάλυσης. | 287 |
| 7.1 | Το Θεώρημα της Απόκλισης | 287 |
| 7.2 | Ταυτότητες του Green. Θεωρήματα Κλίσης και Στροβιλισμού. | 297 |
| 7.2.1 | Παράγωγα Θεωρήματα | 298 |
| 7.3 | Το Θεώρημα του Green | 304 |
| 7.4 | Το Θεώρημα του Stokes. | 307 |
| 7.5 | Ασκήσεις | 323 |
| 8 | Καμπυλόγραμμα Συστήματα Συντεταγμένων | 331 |
| 8.1 | Καμπυλόγραμμες συντεταγμένες, συντελεστές κλίμακας | 331 |
| 8.2 | Στοιχειώδη Μεγέθη | 336 |
| 8.3 | Διαφορικοί Τελεστές | 343 |
| 8.3.1 | Ο τελεστής Laplace στις σφαιροειδείς συντεταγμένες | 349 |
| 8.4 | Η Εξίσωση Laplace: Παραδείγματα | 351 |
| 8.5 | Ασκήσεις | 357 |
| 9 | Στοιχεία Τανυστών | 365 |
| 9.1 | Εισαγωγή | 365 |
| 9.2 | Ορθογώνιοι Μετασχηματισμοί | 366 |
| 9.3 | Καρτεσιανοί Τανυστές | 372 |
| 9.4 | Τανυστές σε N -διάστατους Ευκλείδειους Χώρους | 385 |
| 9.4.1 | N - διάστατοι Ευκλείδειοι Χώροι R_N | 385 |
| 9.5 | Ανταλλοιώτοι και Συναλλοιώτοι Τανυστές | 389 |
| 9.6 | Ο Μετρικός Τανυστής | 394 |
| 9.6.1 | Η μετρική σε δύο διαστάσεις | 396 |
| 9.6.2 | Τα Σύμβολα του Christoffel | 399 |
| 9.6.3 | Ο Τελεστής ∇ | 400 |
| 9.7 | Ασκήσεις | 402 |

| | |
|--|------------|
| 10 Διαφορικές Μορφές | 407 |
| 10.1 Πρελούδιο στις 3 διαστάσεις | 407 |
| 10.2 Βασικοί ορισμοί και πράξεις διαφορικών μορφών | 410 |
| 10.2.1 Το εξωτερικό γινόμενο | 411 |
| 10.3 Εξωτερική διαφορίση | 412 |
| 10.3.1 Εφαρμογές στον Τρισδιάστατο χώρο | 414 |
| 10.3.2 Θεωρήματα, ορισμοί | 416 |
| 10.4 Ο τελεστής Hodge | 418 |
| 10.4.1 Γενίκευση | 420 |
| 10.5 Οι Εξισώσεις του Maxwell | 421 |
| 10.6 Ολοκλήρωση διαφορικών μορφών | 423 |
| 10.6.1 Η απεικόνιση επιστροφής | 425 |
| 10.6.2 Ολοκλήρωση μορφών τυχαίου βαθμού | 427 |
| 10.6.3 Ευκλείδεια Υπερπολύεδρα ("Simplices") | 428 |
| 10.6.4 Σύνορο Υπερπολυέδρων | 429 |
| 10.7 Ασκήσεις | 435 |
| | |
| A' Παράρτημα | 439 |
| A'.1 | 439 |
| A'.1.1 Διαφορισιμότητα, Ανάπτυξη Taylor | 439 |
| A'.1.2 Ορίζουσες | 442 |
| A'.1.3 Απόδειξη του Θεωρήματος 5.34 | 444 |
| A'.1.4 Απόδειξη του Θεωρήματος της Απόκλισης | 445 |
| A'.1.5 Μοναδιαία Διανύσματα σε Καμπυλόγραμμα Συστήματα | 447 |
| A'.2 Υπολογισμός Ολοκληρωμάτων | 449 |