

# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή στο Διανυσματικό Λογισμό

### Εισαγωγή

Είναι γνωστό ότι τα διανύσματα αποτελούν απαραίτητο εργαλείο στη μελέτη των Μαθηματικών και της Φυσικής. Η χρήση του διανυσματικού συμβολισμού απλοποιεί σημαντικά τη μαθηματική διατύπωση των Φυσικών Νόμων και θεωρημάτων. Επιπλέον, τα διανύσματα βοηθούν στην κατανόηση και περαιτέρω διερεύνηση των συμμετριών που ενδεχομένως να σχετίζονται με νέους νόμους.

Στο κεφάλαιο αυτό θα αρχίσουμε με μια σύντομη αναφορά στις βασικές ιδιότητες των διανυσμάτων. Θα μελετήσουμε τις βασικές πράξεις του εσωτερικού και εξωτερικού γινομένου αυτών και θα παραγάγουμε τις εξισώσεις της ευθείας και του επιπέδου. Το δεύτερο μέρος του κεφαλαίου αφιερώνεται στη μελέτη των στροφών διανυσμάτων στον τρισδιάστατο χώρο και την εισαγωγή δύο νέων συμβόλων που απλοποιούν σημαντικά τις πράξεις: το σύμβολο του Kronecker  $\delta_{ij}$ , και το ολικά αντισυμμετρικό σύμβολο Levi-Civita  $\epsilon_{ijk}$ .

### 1.1 Σύνοψη Ιδιοτήτων των Διανυσμάτων

Η έννοια του διανύσματος είναι κυρίως συνυφασμένη με την γεωμετρική εικόνα ενός προσανατολισμένου ευθυγράμμου τμήματος. Μπορούμε λοιπόν να ορίσουμε ένα διάνυσμα ως εξής. Επί δοθείσης ευθείας (βλ. σχήμα (1.1)) θεωρούμε δύο διακριτά μεταξύ τους σημεία  $M, N$  τα οποία ορίζουν μεταξύ τους ένα ευθύγραμμο τμήμα  $MN$ . Καλούμε το  $MN$  προσανατολισμένο, όταν έχουμε ορίσει μία κατεύθυνση στο  $MN$ , δηλαδή όταν τα ακραία σημεία του έχουν δοθεί με καθορισμένη διάταξη. Κάθε ευθύγραμμο τμήμα ορίζει δύο προσανατολισμένα ευθύγραμμα τμήματα. Στην προκειμένη περίπτωση, είναι τα  $MN$  και  $NM$ . Δύο ή περισσότερα ευθύγραμμα τμήματα καλούνται ισοδύναμα όταν το ένα